Pochodna funkcji II i III zmiennych

Oblicz wszystkie pochodne cząstkowe pierwszego rzędu podanych funkcji:

1) $f(x,y)=xy$

2) $f(x,y)=x^2y$

3) $f(x,y)=3y\sqrt[3]{x}$

4) $f(x,y)=\frac{4x^2}{y^3}$

5) $f(x,y)=\sin xy^2$

6) $f(x,y)=e^{x^2y^2}$

7) $f(x,y)=\ln\sqrt{xy^3}$

8) $f(x,y)=arctg\frac{e^{xy^4}}{2^{y^3x^2}}$

9) $f(x,y)=tg\ln\frac{x}{y}$

10) $f(x,y)=arctg\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}\right)$

11) $f(x,y)=e^{x^3tgy^2}$

12) $f(x,y)=x^y$

13) $f(x,y)=x\sqrt{y}-e^x\ln y$

14) $f(x,y)=x^{\sqrt{y}}$

15) $f(x,y)=\ln(x+\ln y)$

16) $f(x,y)=(\sin x)^{\sin y}$

17) $f(x,y,z)=xyz$

18) $f(x,y,z)=x^2y^3z^4$

19) $f(x,y,z)=4y\sqrt{z}$

20) $f(x,y,z)=xy^2z^3-y\sin z$

21) $f(x,y,z)=\frac{y^2+z^3}{\sqrt{x}}$

22) $f(x,y,z)=z^4\left(5x^2y-3yz^2\right)^{20}$

23) $f(x,y,z)=x^2\sin(yz)$

24) $f(x,y,z)=e^{xyz^2}$

25) $f(x,y,z)=\frac{\ln x^2y}{z^2}$

26) $f(x,y,z)=arctg\frac{x^2+z^2}{yx}$

27) $f(x,y,z)=\sin x^2\sqrt{tgy}-e^{\sin z}\cos^2 y$

Oblicz wszystkie pochodne cząstkowe drugiego rzędu podanych funkcji:

a) $f(x,y)=x^2y+\frac{x^3}{y^2}$

b) $f(x,y)=ye^{x^2y}$

c) $f(x,y)=\cos\left(x^2+y^2\right)$

d) $f(x,y)=tg\frac{x^2}{y}$

e) $f(x,y)=e^{x^2+4y}\sin 5y$

f) $f(x,y)=\arcsin\frac{x}{y}$

g) $f(x,y,z)=x^{yz}$

h) $f(x,y,z)=x^3+y^4x-4x^2y^3z^6$

i) $f(x,y,z)=\frac{xyz}{x+y-2z}$

j) $f(x,y,z)=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

k) $f(x,y,z)=\ln\left(x^2+y^2+z^5-1\right)$

l) $f(x,y,z)=tg\frac{x}{yz}$

Oblicz wskazane pochodne cząstkowe podanych funkcji:

a) $\frac{\partial^3 f}{\partial x\partial y^2}; f(x,y)=\sin xy$

b) $\frac{\partial^3 f}{\partial x^2\partial y}; f(x,y)=e^{xy}$

c) $\frac{\partial^4 f}{\partial x\partial y^2\partial x}; f(x,y)=x^3\ln xy$

d) $\frac{\partial^3 f}{\partial x\partial y\partial z}; f(x,y,z)=\frac{x^2y^3}{z}$

e) $\frac{\partial^5 f}{\partial z^2\partial x\partial y^2}; f(x,y,z)=\ln\left(x^2+2y-z\right)$

f) $\frac{\partial^4 f}{\partial x\partial y^2\partial z}; f(x,y,z)=e^{xy+z}$

Znaleźć płaszczyznę styczną do wykresu funkcji we wskazanym punkcie:

a) $f(x,y)=x^2+y^2; (x_0,y_0,z_0)=(1,1,z_0)$

b) $f(x,y)=\frac{arctgx}{1+y^2}; (x_0,y_0,z_0)=\left(1,0,\frac{\pi}{4}\right)$

c) $f(x,y)=e^{x+2y}; (x_0,y_0,z_0)=(2,-1,z_0)$

d) $f(x,y)=x^y; (x_0,y_0,z_0)=(2,4,16)$

e) $f(x,y)=\frac{\arcsin x}{\arccos y}; (x_0,y_0,z_0)=\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},z_0\right)$

f) $f(x,y)=y\ln\left(2+x^2y-y^2\right), (x_0,y_0,z_0)=(2,1,z_0)$

Znaleźć wartość przybliżoną poszczególnych wyrażeń:

a) $(1{,}02)^3\cdot(0{,}996)^2$

b) $\sqrt[3]{(2{,}93)^3+(4{,}02)^3+(4{,}98)^3}$

c) $3{,}96\cdot e^{0{,}02}$

d) $\frac{arctg1{,}001}{\arcsin 0{,}49}$

e) $(1{,}02)^{4{,}01}$

f) $\left((2{,}01)^{2{,}99}\right)^{1{,}98}$

g) $2{,}02\cdot\ln 0{,}993$

h) $\frac{tg44°55'}{(0{,}99)^2+(1{,}02)^2}$

Znaleźć pochodną kierunkową w punkcie (x_0,y_0) w kierunku wektora v:

a) $f(x,y)=x^2+y^2$
$(x_0,y_0)=(-3,4)$
$\vec{v}=\left(\frac{11}{12},\frac{4}{12}\right)$

b) $f(x,y,z)=e^{xyz}$
$(x_0,y_0,z_0)=(1,-1,1)$
$\vec{v}=\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{4},\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

c) $f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$
$(x_0,y_0)=(1,2)$
$\vec{v}=\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

d) $f(x,y,z)=\sqrt[3]{x^3+y^3+z^3}$
$(x_0,y_0,z_0)=(3,4,5)$
$\vec{v}=\left(-4,\frac{9}{4},\frac{1}{25}\right)$

Wyznaczyć ekstrema dla podanych funkcji dwóch zmiennych:

a) $f(x,y)=2x^2+3xy+y^2-2x-y+1$

b) $f(x,y)=3(x-1)^2+4(y+2)^2$

c) $f(x,y)=x^3+y^3-3xy$

Znaleźć wartość najmniejszą i największą :

a) $f(x,y)=x^4+y^4; x^4+y^4\le 9$

b) $f(x,y)=x^2y-8x-4y$; trójkąt o wierzchołkach: $(0,0);(0,4);(4,0)$